

А.Д. СОКОЛОВ,
главный научный сотрудник Филиала АО ЦНИИС НИЦ «Мосты»,
к.т.н., доктор транспорта, академик МАТ, академик РАТ, Почетный транспортный строитель

СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ АРМОГРУНТОВЫЕ СИСТЕМЫ

Практика проектирования и строительства армогрунтовых систем мостов и подпорных стен на автомобильных дорогах, широко применяемая за последние годы, показывает, что в ряде случаев повреждения сооружений или аварийные ситуации возникают в результате несоответствия расчетной схемы и конструкции реального сооружения.

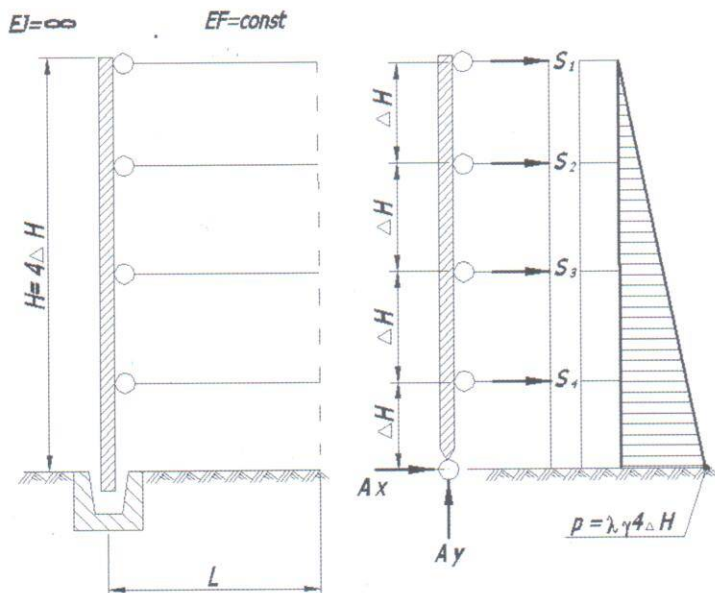


Рис. 1. Простейшая статически неопределимая армогрунтовая система



Рис. 2. Перемещения армогрунтовой системы

Во многих проектах армирующие элементы соединяют с лицевой стенкой. При этом образуется статически неопределимая стержневая система. Распределение усилий в таких системах происходит совсем по другим законам строительной механики. Они зависят от соотношения гибкостей элементов, составляющих систему. Обычный расчет, использующий предельное равновесие призмы обрушения (по Кулону), в этом случае не применим.

1. Пример простейшей статически неопределимой армогрунтовой системы.

Армогрунтовая система высотой H имеет лицевую стенку в виде жестких плит на всю высоту конструкции (рис. 1).

Армирующие элементы расположены с шагом $\Delta H = \frac{H}{4}$ и имеют одинаковую длину и постоянную жесткость EF . Изгибную жесткость лицевых плит примем $EI = \infty$.

Фундамент лицевой сетки мелкого заложения с пазом для установки плит позволяет принять опирание плит за шарнирное соединение. Грунт находится в предельном состоянии, поэтому нагрузкой является активное давление грунта. Отбрасывая все связи, имеем шесть неизвестных $A_x, A_y, S_1, S_2, S_3, S_4$ при возможных трех уравнениях статики. То есть степень статической неопределимости системы составляет $n = 3$.

Составим уравнение моментов относительно точки А:

$$\sum M_A = S_1 \cdot 4\Delta H + S_2 \cdot 3\Delta H + S_3 \cdot 2\Delta H + S_4 \cdot \Delta H = \frac{\lambda \cdot \gamma \cdot 64\Delta H^3}{6} \quad (1)$$

Жесткая плита лицевой стенки диктует форму перемещений системы (рис. 2), из которой следует:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{4}{3} &\rightarrow S_2 = \frac{3}{4} S_1 \\ \frac{\Delta l_1}{\Delta l_3} = \frac{4}{2} &\rightarrow S_3 = \frac{2}{4} S_1 \\ \frac{\Delta l_1}{\Delta l_4} = \frac{4}{1} &\rightarrow S_4 = \frac{1}{4} S_1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим $\frac{30}{4} S_1 = \lambda \gamma \Delta H^2 \cdot \frac{32}{3}$,

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \lambda \gamma \Delta H^2 \cdot \frac{64}{45} = 4\Delta S \\ S_2 &= \lambda \gamma \Delta H^2 \cdot \frac{48}{45} = 3\Delta S \\ S_3 &= \lambda \gamma \Delta H^2 \cdot \frac{32}{45} = 2\Delta S \\ S_4 &= \lambda \gamma \Delta H^2 \cdot \frac{16}{45} = 1\Delta S \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

или

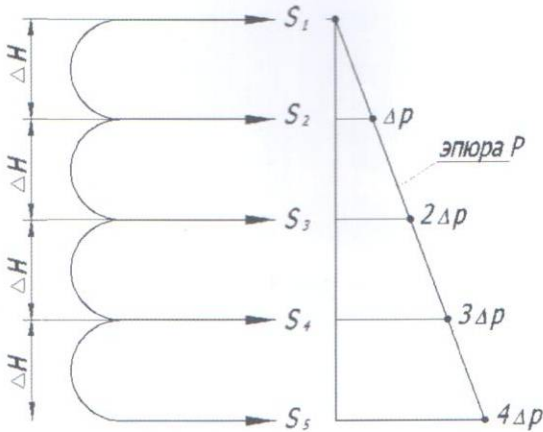


Рис. 3. Свободно деформируемая армогрунтовая система

где $\Delta S = \frac{16}{45} \lambda \gamma \Delta H^2$

Составляя уравнение проекций на ось X, получим:

$$\lambda \gamma \Delta H^2 \left(\frac{64+48+32+16}{45} \right) + A_x = \lambda \gamma \Delta H^2 \cdot 8;$$

или $A_x = 4,444 \lambda \gamma \Delta H^2$.

Из расчета следует, что усилия в армирующих элементах возрастают снизу вверх, то есть противоположно возрастанию нагрузки P.

Для сравнения приведем пример со свободно деформируемой армогрунтовой системой (рис. 3).

Обозначим $\lambda \gamma \Delta H = \Delta P$, тогда получим, распределяя эпюру P по армирующим элементам:

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{6} \Delta P \Delta H \\ S_2 &= 1 \Delta P \Delta H \\ S_3 &= 2 \Delta P \Delta H \\ S_4 &= 3 \Delta P \Delta H \\ S_5 &= \frac{11}{3} \Delta P \Delta H \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

На двух примерах получены противоположные результаты.

2. Пример статически неопределимой армогрунтовой системы с жестко заделанной плитой лицевой стенки

Рассмотрим еще пример армогрунтовой системы с жестким свайным фундаментом и деформируемой плитой лицевой стенки, то есть $EI \neq \infty$.

Канонические уравнения метода сил будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} \cdot x_1 + \delta_{12} \cdot x_2 + \delta_{13} \cdot x_3 + \delta_{14} \cdot x_4 + \Delta_{1P} &= 0 \\ \delta_{21} \cdot x_1 + \delta_{22} \cdot x_2 + \delta_{23} \cdot x_3 + \delta_{24} \cdot x_4 + \Delta_{2P} &= 0 \\ \delta_{31} \cdot x_1 + \delta_{32} \cdot x_2 + \delta_{33} \cdot x_3 + \delta_{34} \cdot x_4 + \Delta_{3P} &= 0 \\ \delta_{41} \cdot x_1 + \delta_{42} \cdot x_2 + \delta_{43} \cdot x_3 + \delta_{44} \cdot x_4 + \Delta_{4P} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

или в матричной форме:

$$\delta \cdot x + \Delta = 0, \quad (6)$$

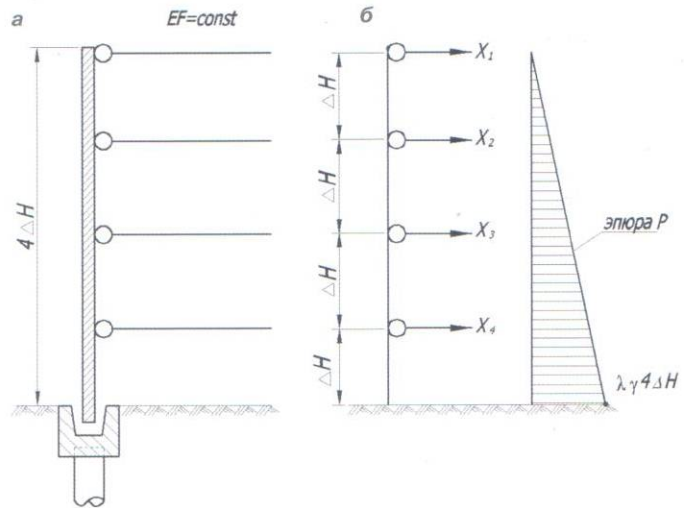


Рис. 4. Армогрунтовая система с жестким фундаментом и гибкой лицевой плитой: а — заданная система; б — основная система методов сил

где δ — матрица единичных перемещений или матрица внешней податливости;

$$\delta = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \dots & \delta_{nn} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

Вектор неизвестных:

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_n).$$

Вектор свободных членов:

$$\Delta = (\Delta_{1P}, \Delta_{2P}, \dots, \Delta_{nP}). \quad (9)$$

Единичные эпюры показаны на рис. 5.

В общем случае расчета стержневых систем матрица внешней податливости δ формируется как произведение трех матриц:

$$\delta = \overline{M}^T D \overline{M}, \quad (10)$$

где \overline{M} — матрица из ординат единичных эпюр; D — матрица внутренней податливости стержня:

$$D = \frac{1}{6EI} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (11)$$

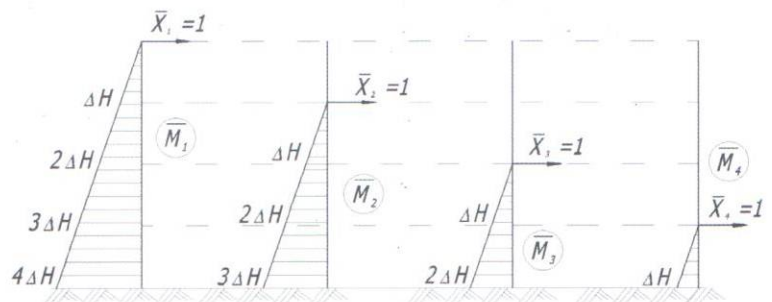


Рис. 5. Единичные эпюры в основной системе

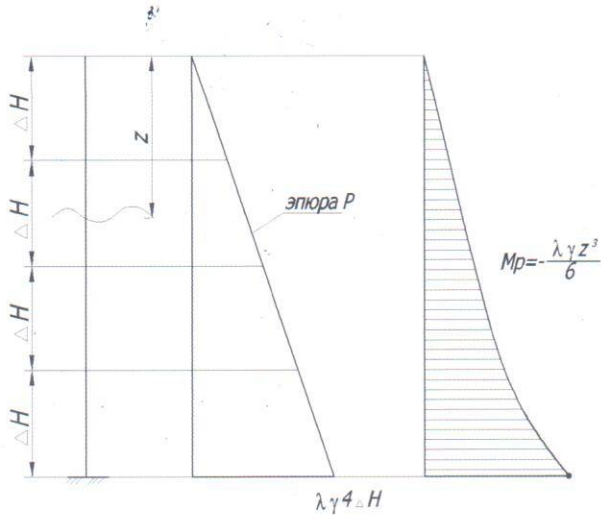


Рис. 6. Загружение основной системы заданной нагрузкой (давление грунта)

\bar{M}^T — транспонированная матрица; Δ — вектор свободных членов в общем случае определяется произведением:

$$\Delta = \bar{M}^T D M_p, \quad (12)$$

где M_p вектор из ординат грузовой эпюры, взятый в тех же сечениях, где и ординаты \bar{M} .

С учетом выражений δ и Δ форма записи канонических уравнений будет иметь вид:

$$\bar{M}^T D \bar{M} X + \bar{M}^T D M_p = 0, \quad (13)$$

откуда

$$X = -(\bar{M}^T D \bar{M})^{-1} \cdot \bar{M}^T D M_p, \quad (14)$$

Все эти операции выполняются стандартными программными средствами. Однако для такой простой системы эти операции проще выполнить обычным счетом.

При вычислении единичных перемещений главной диагонали матрицы δ , кроме моментов, обязательно должны учитываться продольные силы в армирующих элементах; в противном случае получим неразрезную балку на неподатливых (жестких) опорах.

Задача должна решаться путем нескольких итераций. Задав предварительно жесткость плиты $EI = \text{const}$ и жесткость армирующих элементов $EF = \text{const}$, подсчитаем коэффициенты и свободные члены.

$$\delta_{11} = \frac{64}{3} \cdot \frac{\Delta H^3}{EI} + \frac{1}{EF}; \quad \delta_{12} = \frac{27}{2} \cdot \frac{\Delta H^3}{EI}; \quad \delta_{13} = \frac{20}{3} \cdot \frac{\Delta H^3}{EI}; \quad \delta_{14} = \frac{11}{6} \cdot \frac{\Delta H^3}{EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{9}{3} \cdot \frac{\Delta H^3}{EI} + \frac{1}{EF}; \quad \delta_{23} = \frac{14}{3} \cdot \frac{\Delta H^3}{EI}; \quad \delta_{24} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\Delta H^3}{EI}$$

$$\delta_{33} = \frac{8}{3} \cdot \frac{\Delta H^3}{EI} + \frac{1}{EF}; \quad \delta_{34} = \frac{5}{6} \cdot \frac{\Delta H^3}{EI}$$

$$\delta_{44} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\Delta H^3}{EI} + \frac{1}{EF}$$

Обозначив $\frac{\Delta H^3}{EI} = \zeta$, а $\frac{\Delta H^3}{EI} = \zeta$, матрицу единичных перемещений можем записать в виде:

$$\delta = \begin{pmatrix} \frac{64}{3} \zeta + \xi & \frac{27}{2} \zeta & \frac{20}{3} \zeta & \frac{11}{6} \zeta \\ \frac{27}{2} \zeta & \frac{9}{3} \zeta + \xi & \frac{14}{3} \zeta & \frac{4}{3} \zeta \\ \frac{20}{3} \zeta & \frac{14}{3} \zeta & \frac{8}{3} \zeta + \xi & \frac{5}{6} \zeta \\ \frac{11}{6} \zeta & \frac{4}{3} \zeta & \frac{5}{6} \zeta & \frac{1}{3} \zeta + \xi \end{pmatrix} \quad (15)$$

Свободные члены также не сложно определить по формуле Мора.

Имея выражения:

$$M_p = -\frac{\lambda \gamma z^3}{6}; \quad \bar{M}_1 = 1z;$$

$$\bar{M}_2 = 1(z - \Delta H); \quad \bar{M}_3 = 1(z - 2H); \quad \bar{M}_4 = 1(z - 3H)$$

получим:

$$\Delta_{1P} = -\int_0^{4\Delta H} \frac{\lambda \gamma z^3 \cdot z}{6EI} \cdot dz = -34,13 \frac{\lambda \gamma \Delta H^5}{EI};$$

$$\Delta_{2P} = -\int_{\Delta H}^{4\Delta H} \frac{\lambda \gamma z^3 \cdot (z - \Delta H)}{6EI} \cdot dz = -23,475 \frac{\lambda \gamma \Delta H^5}{EI}$$

$$\Delta_{3P} = -\int_{2\Delta H}^{4\Delta H} \frac{\lambda \gamma z^3 \cdot (z - 2\Delta H)}{6EI} \cdot dz = -13,067 \frac{\lambda \gamma \Delta H^5}{EI};$$

$$\Delta_{4P} = -\int_{3\Delta H}^{4\Delta H} \frac{\lambda \gamma z^3 \cdot (z - 3\Delta H)}{6EI} \cdot dz = -4,158 \frac{\lambda \gamma \Delta H^5}{EI}$$

Тогда вектор свободных членов будет иметь вид:

$$\Delta = -\frac{\lambda \gamma \Delta H^5}{EJ} (34,13 \quad 23,475 \quad 13,067 \quad 4,158), \quad (16)$$

или, обозначив

$$\frac{\lambda \gamma \Delta H^5}{EJ} = \chi, \quad (17)$$

$$\Delta = -\chi (34,13 \quad 23,475 \quad 13,067 \quad 4,158) \quad (18)$$

Задав все необходимые геометрические и физические параметры, решив систему линейных уравнений, получим вектор неизвестных $X = (X_1 \quad X_2 \quad X_3 \quad X_4)$. Этот расчет будет представлять собой первый этап итераций.

Подобрав по найденным значениям X_1, X_2, \dots сечения армирующих элементов и армирование плит лицевой стенки, определим вновь их геометрические и физические параметры. После этого расчет повторяется, это будет вторым этапом итерации.

Повторять расчет следует столько раз, пока результаты двух последних расчетов будут мало отличаться друг от друга.

К месту будет отметить, что ни в одном из зарубежных нормативных документов, ни в российский рекомендательных и методических документах нет понятия о статически неопределимых армогрунтовых системах. Это понятие впервые введено автором.

Нельзя принять утверждение о том, что статическая неопределимость армогрунтовых систем раскрывается расчетом устойчивости геомассива при использовании различных кривых скольжения и методов расчета. ■